

so gilt für die Prämie der gemischten Versicherung auf die Dauer von n Jahren,

$$P(\delta_0) = \frac{\int_0^n F(t) dt + F_n}{\int_0^n \Phi(t) dt}. \quad (2)$$

Wird die Zinsintensität variiert in $\delta = \delta_0 + (\delta - \delta_0) = \delta_0 + r$, so folgt

$$P(\delta) = \frac{\int_0^n e^{-rt} F(t) dt + e^{-rn} F_n}{\int_0^n e^{-rt} \Phi(t) dt}. \quad (3)$$

Für den Augenblick sehen wir $P(\delta_0)$ und $P(\delta)$ als gegeben an und suchen r zu bestimmen. Dazu differenzieren wir (3) nach r und führen zwei noch unbestimmte Größen A_r und B_r ein, derart daß

$$\frac{dP(\delta)}{dr} = (A_r - B_r) P(\delta), \quad (4)$$

woraus

$$P(\delta) = P(\delta_0) \exp \left(\int (A_r - B_r) dr \right). \quad (5)$$

Sodann entwickeln wir im Zähler und im Nenner von

$$A_r - B_r = \frac{\frac{dP(\delta)}{dr}}{P(\delta)} = \frac{\text{Ableitung von (3) nach } r}{(3)}$$

die Größe e^{-rt} in die Reihe. Wir kürzen die Momente ab mit

$$U_k = \int_0^n t^k \Phi(t) dt \quad (6)$$

und

$$V_k = \int_0^n t^k F(t) dt + n^k F_n, \quad (7)$$

und erhalten, wenn keine höhern Potenzen als r berücksichtigt werden,

$$A_r - B_r = \frac{U_1 - r U_2}{U_0 - r U_1} - \frac{V_1 - r V_2}{V_0 - r V_1} = \alpha + \beta r. \quad (8)$$

Für α und β finden wir

$$\alpha = \frac{U_1}{U_0} - \frac{V_1}{V_0} \quad (9)$$

und

$$\beta = \left(\frac{U_1}{U_0} \right)^2 - \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^2 - \frac{U_2}{U_0} + \frac{V_2}{V_0}. \quad (10)$$

Gleichung (8) in (5) eingeführt ergibt schließlich

$$P(\delta) = P(\delta_0) \exp \left(\alpha r + \frac{\beta r^2}{2} \right). \quad (11)$$

Sind die Werte $F(t)$, F_n und $\Phi(t)$ gegeben, so lassen sich aus (6) und (7) die Momente U_k und V_k ermitteln und aus ihnen nach (9) und (10) die Koeffizienten α und β . Wird nunmehr in Umkehrung der ursprünglichen Annahme $r = \delta - \delta_0$ (Zinsfußvariation) als bekannt vorausgesetzt, so ist aus (11) die Prämie $P(\delta)$ berechenbar; damit ist die gestellte Aufgabe als gelöst anzusehen.

Die Güte der Näherung ist für eine Zinsfußvariation bis zu +1% absolut (ausgehend von 3,5%) für Ver-

sicherungsdauern bis zu 40 Jahren und für eine Variation bis zu -1% absolut für Versicherungsdauern bis zu 30 Jahren sehr gut. Die Abweichungen fallen größer aus, ohne daß die Formel aber praktisch unbrauchbar würde, sofern bei einer Versicherungsdauer von mehr als 30 Jahren die Zinsfußvariation -0,5% absolut überschreitet.

Das Verfahren ist mit einer unbedeutenden Modifikation auch gültig, wenn vom diskontinuierlichen Ansatz statt vom kontinuierlichen auszugehen ist. Es empfiehlt sich dann aber, die Momente durch die üblichen Summen der diskontierten Zahlen auszudrücken, um sich so vom Beginnalter x unabhängig zu machen.

Schließlich ist das Vorgehen nicht auf die Prämie der gemischten Versicherung beschränkt, sondern auch auf die Prämie der Invalidenversicherung, der Witwenversicherung u. a. anwendbar.

Sind $P(\delta)$ und $P(\delta_0)$ gegeben und für $P(\delta_0)$ auch die Werte $F(t)$, F_n und $\Phi(t)$ bekannt, so läßt sich (11) brauchen, um den $P(\delta)$ zugrunde liegenden Zinssatz δ zu ermitteln.

E. ZWINGGI

Versicherungstechnische Abteilung des Mathematischen Seminars der Universität Basel, den 21. September 1949.

Summary

A method of approximation is given to the value of the premium for an endowment assurance at rates of interest differing from those tabulated.

Ein Beitrag zum Problem der Struktur des Atomkerns: der N_8P_4 -Körper¹

Wie seit langem bekannt ist, sind in der Isotopentafel deutlich Kernreihen mit $N-Z = \text{const}$ wahrzunehmen, eine Erscheinung, die u.a. durch die Relation von DICKSON und KONOPINSKI² bestätigt wurde. 1934 zeigte BARTLETT³, daß neben diesen Kernreihen auch solche mit $2Z-N = \text{const}$ existieren, so daß man in der Isotopentafel zwei Entwicklungsrichtungen beobachten kann. Kürzlich formulierten St. MEYER und A. KOSS-ROSENQVIST⁴, daß es sich dabei um zweierlei Aufbauschritte handelt, d. h. die Differenz zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Reihengliedern beträgt entweder N_2P_2 (Richtung $N-Z = \text{const}$) oder N_4P_2 (Richtung $2Z-N = \text{const}$). Andere Entwicklungsschritte existieren nicht (l. c.).

Mit ausgezeichnete Deutlichkeit werden diese Aufbauprinzipien und darüber hinaus neue Gesetzmäßigkeiten sichtbar, wenn man im Diagramm ($N-Z$) gegen ($2Z-N$) die drei Kerngruppen $mu-zu$, $mu-zg$ und $mg-zg$ getrennt darstellt. Die Abbildung zeigt das $mu-zu$ -System. Die hier aufzuzeigende Gesetzmäßigkeit findet sich in den beiden übrigen Gruppen sehr

¹ Vorläufige Mitteilung. Abkürzungen im Text und Abbildung: m = Massenzahl; Z = Ladungszahl; P = Symbol für Proton; N = Symbol für Neutron; g = gerade; u = ungerade. Die Formeln der subnuklearen Einheiten werden nach Art der chemischen Formeln geschrieben, d. h. die Indices geben die Zahl der zu einer Einheit verbundenen Neutronen und Protonen an.

² G. R. DICKSON und E. J. KONOPINSKI, Phys. Rev. 58, 949 (1940).

³ J. H. BARTLETT, Jr., Phys. Rev. 45, 847 (1934).

⁴ St. MEYER und A. KOSS-ROSENQVIST, Acta phys. Austr. 2, 109, 124 (1948). – St. MEYER, Z. Naturforschg. 4a, 84 (1949).

⁵ Von dieser Gruppe werden sinngemäß jeweils nur die beiden häufigsten Isotope je Plejade in das Diagramm aufgenommen.

genau wiederholt, so daß hier von ihrer Reproduktion abgesehen werden kann.

Wie die Abbildung zeigt, liegen von Cl aufwärts die Isotope in einem Band konstanter Breite (Ausnahmen: Cl³⁷ und Sb¹²³), d. h. jede Plejade ist grundsätzlich durch zwei Isotope besetzt. Wegen dem Isobarensatz von MATTAUCH müssen allerdings alle diejenigen Massenzahlen, die schon im $\mu\text{u}-\text{zg}$ -Band vertreten sind, hier ausfallen, und umgekehrt. – Auch die radioaktiven Isotope mit $Z > 80$ fügen sich zwanglos ein, wenn nur die α -Strahler (inklusive duale Strahler), nicht aber die

N_4P_2 -Aggregate zu hochstabilen N_8P_4 -Körpern. Die selektive Stabilität dieser Komplexe bewirkt, daß der Kern den jeweils begonnenen Neutronen/Protonen-Körper zu einem gesättigten N_8P_4 ausbaut, ehe er weitere N_2P_2 -Teilchen einlagert. Da, wie die Abbildung zeigt, der ganze Aufbau des periodischen Systems zu einem sehr wesentlichen Teil durch dieses Prinzip reguliert wird, muß dem N_8P_4 -Körper offenbar eine tragende Rolle im Kerngefüge zugeschrieben werden.

Das Diagramm demonstriert die faktische Existenz von subnuklearen Bausteinen in eindringlicher Weise, welche geometrische Gestalt auch immer man ihnen zuschreiben mag.

Näheres hierüber in der demnächst erscheinenden ausführlichen Abhandlung des Verfassers. O. MONECKE

Tyrolitwerke, Wattens in Tirol (Österreich), den 5. August 1949.

Summary

The isotopes separated according to the groups $\mu\text{u}-\text{zu}$, $\mu\text{u}-\text{zg}$, and $\text{mg}-\text{zg}$ (from the latter group the two most abundant ones per pleiad) lie each in the diagram ($N-Z$) toward ($2Z-N$) in a band of constant width, whose vertical structural sections regularly exhibit an even number of N_4P_2 -steps. From this the existence of N_8P_4 -subnuclei is concluded, which evidently play a basic part in the nuclear structure. It is pointed out further that the diagram presents evidence of an as yet unknown decisiveness for the existence of subnuclear structural units with precisely defined composition, so that the subnuclear theory gains considerably in probability.

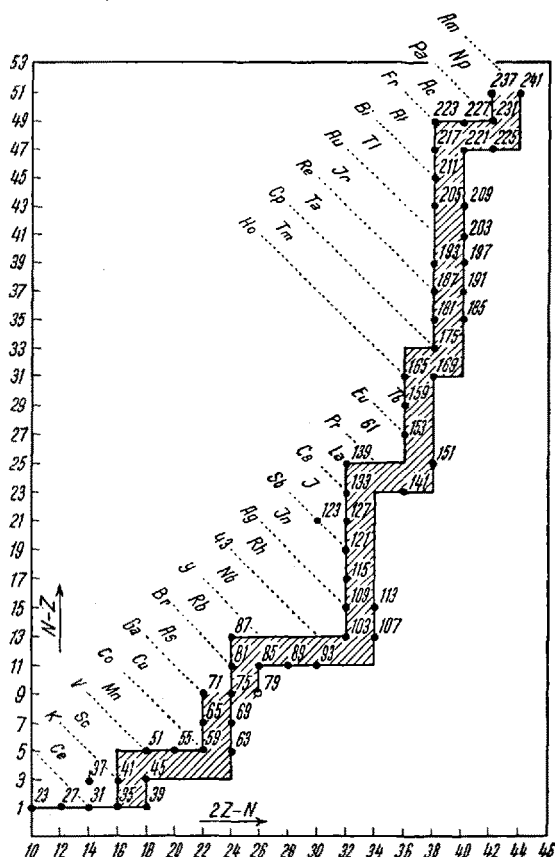
The Music Rule

A simple device for converting frequency into pitch

(1) A melody is a three-dimensional manifold of (i) *pitch*, (ii) *time*, and (iii) *intensity*. In the two-dimensional graphical representation of a melody, in what is colloquially called "music", it is customary to plot time as abscissa and a certain function of the pitch as ordinate. The points thus plotted are called "notes", and there exists a convention by which the *duration* of each tone is indicated, the "whole" tone being the unit of time. The third dimension is indicated by such symbols as "p", "f" written against the note or a group of notes. The duration of the whole note is indicated by such instructions as "allegro", "andante", etc. or by means of the metronome.

It is clear that this method of representation is of conventional significance only and can be used unequivocally only *within the same cultural sphere* in which the melody originated. If it is desired to record a melody graphically so that it can be reproduced in a cultural sphere distant in either space or time from the one in which it originated, a more scientific method is required.

(2) It is comparatively easy to deal with "time" and "intensity" and I shall not go into this problem here. A more difficult problem is presented by "pitch". The physical counterpart of pitch is *frequency* measured in *hertz*. (Pitch is to a certain extent also affected by loudness, but this is a secondary effect.) This is a continuous quantity. The pitch itself is measured by the *interval* between the tone under consideration and some arbitrary fundamental tone. The interval is a periodically varying quantity, the period being called the *octave*, so that each octave determines the same note on a different level. The interval is a function of the fre-



Das System der natürlichen $\mu\text{u}-\text{zu}$ -Isotope (einschließlich α -Strahler). Um die geometrische Regelmäßigkeit des Systems plastisch hervorzuheben, ist das Band schraffiert gezeichnet. Am²⁴¹ ist, obwohl ein künstliches Isotop, in das Diagramm aufgenommen, da es samt seinen Abkömmlingen wahrscheinlich identisch ist mit der ausgestorbenen natürlichen Familie.

totalen β -Strahler berücksichtigt werden. – Die auffallende Verschiebung des Bandes um einen Schritt nach rechts bei $N-Z = 9$ ist identisch mit dem Unstetigkeitspunkt des N_4 -Effektes¹.

Die strenge Form des mäanderförmigen Bandes enthält eine Gesetzmäßigkeit im Aufbau der Atomkerne, die in solcher Einfachheit wohl niemand vermutet hätte. Das Bestehen zweier und nur zweier Aufbaurichtungen wird klar bestätigt. Darüber hinaus wird ein *neues Aufbauprinzip* sichtbar: das Band legt stets eine gerade Anzahl vertikaler Schritte zurück, ehe es eine horizontale Schrittfolge einschaltet. In den einzelnen Abschnitten werden 2, 4, 6, 4, 8 N_4P_2 -Schritte zurückgelegt. Die Deutung dieses Phänomens liegt auf der Hand: es handelt sich um die paarweise Zusammenlagerung der

¹ O. MONECKE, Exper. 5, 232 (1949) und Z. Naturforschg., im Druck.